

Mouvements des satellites et planètes

I. Les lois de Képler (à connaître)

Ces lois, établies à l'origine à partir de données sur les planètes du système solaire, décrivent aussi de manière générale le mouvement de tout corps gravitant autour d'un astre .

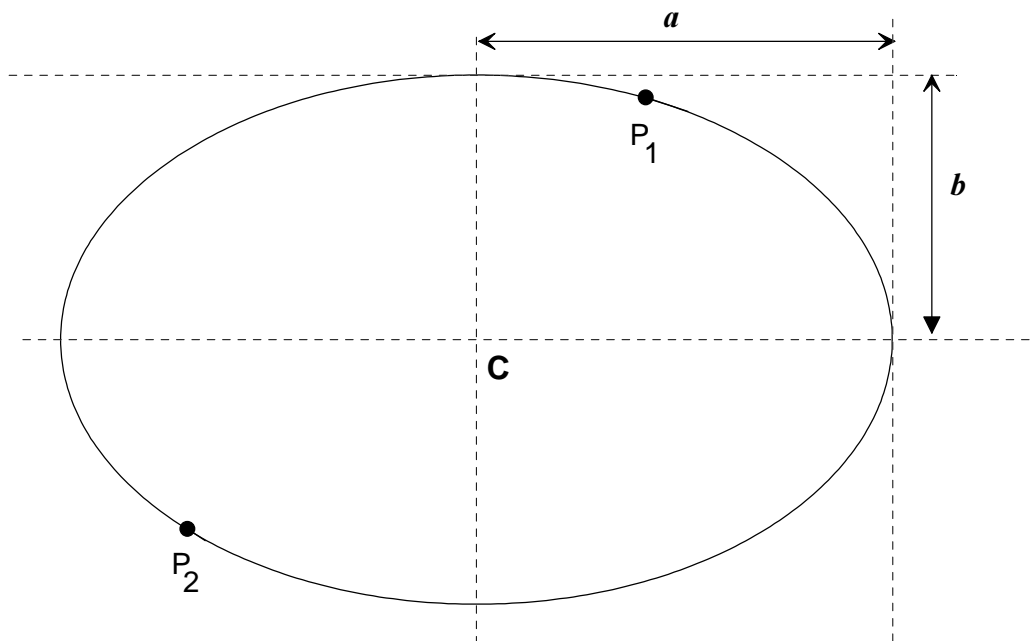
Quel est le référentiel le plus adapté pour décrire le mouvement des planètes du système solaire ?

Quel est le référentiel le plus adapté pour décrire le mouvement des satellites de la Terre?

En choisissant ces référentiels, les lois de Képler s'appliquent aux mouvement considérés

1. 1ère loi : trajectoire

Propriétés de l'ellipse



Une ellipse peut être caractérisée par son excentricité e : $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

Quelle est la plus petit valeur possible pour e et à quel cas particulier correspond-elle ? _____

Déterminer l'excentricité de l'ellipse représentée ci-dessus. _____

On appelle foyers de l'ellipse deux points F_1 et F_2 situés sur le grand axe, tels que $CF_1=CF_2=e.a$

Placer F_1 et F_2 sur le dessin.

Où sont les foyers d'un cercle ? _____

Facultatif : Pour différents points M situés sur l'ellipse mesurer F_1M+MF_2 , conclure. _____

1ère loi de Képler : Dans le référentiel héliocentrique les trajectoires des planètes du système solaire sont des ellipses dont le centre du Soleil occupe un des foyers.

(de même dans le référentiel géocentrique la trajectoire des satellites de la Terre est une ellipse dont le centre de la Terre occupe un des foyers).

2. **2^{ème} loi - vitesses**

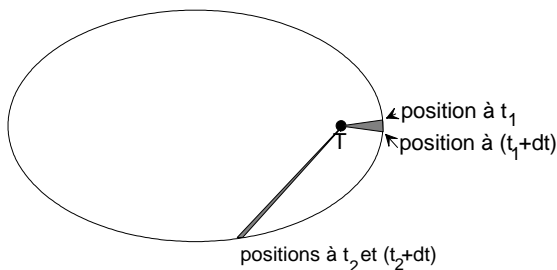
a. En supposant que l'ellipse représentée est la trajectoire d'un satellite, qu'il la décrit dans le sens trigonométrique et que le centre de la Terre est au foyer le plus à droite, représenter pour deux positions différentes P₁ et P₂ du satellite, sans souci d'échelle, le vecteur accélération. Représenter de même le vecteur-vitesse.
 Pour laquelle de ces positions la valeur de la vitesse est-elle en train de croître, pour laquelle est-elle en train de décroître ? _____

b. En utilisant le simulateur "satellites" :
 Pour quelle position du satellite la vitesse du satellite est-elle la plus grande ? La moins grande ? _____
 Est-ce cohérent avec les observations du a) ? _____

Pour une trajectoire elliptique donnée, effectuer pour l'apogée, le périégée et trois autres points quelconques le produit $v \times (h + R_T)$ où R_T est le rayon de la Terre, que l'on prendra égal à $6,4 \cdot 10^3$ km .

	Apogée	Périégée			
v (km.s ⁻¹)		4,000			
h (km)		30 000			
$v \times (h + R_T)$ (km ² .s ⁻¹)					

Que peut-on dire de cette quantité (on peut comparer ses variations relatives à celles de v et de h)



c. Exprimer de manière approchée l'aire balayée par le segment de droite joignant le centre de la Terre au satellite, pendant l'intervalle de temps dt (supposé assez petit pour que v et h restent constante pendant dt) en fonction de R_T , h , v et dt (voir schéma ci-contre : l'aire à calculer est grisée).

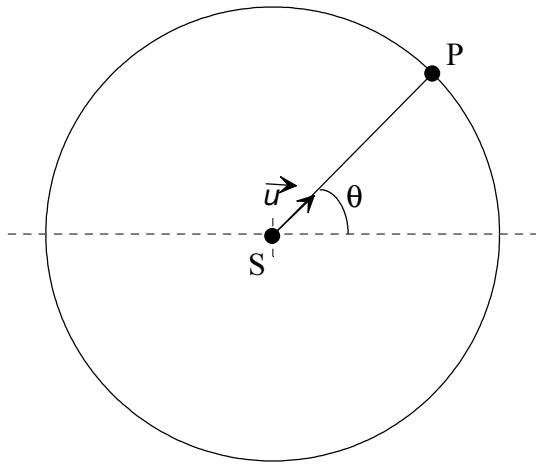
d. En fonction des résultats précédents que peut-on dire de cette aire, pour un même intervalle dt , en différentes positions du satellite sur sa trajectoire

2^{ème} loi de Képler : le segment joignant les centre du Soleil et d'une planète du système solaire balaye des aires égales en des durées égales. ("loi des aires")

D'après cette 2^{ème} loi, que peut-on dire de la vitesse dans le cas d'une trajectoire circulaire ? _____

3. 3^{ème} loi - Période

Le rapport $\frac{T^2}{a^3}$ a la même valeur pour toutes les planètes du système solaire, a étant le demi-grand axe de la trajectoire et T la période du mouvement (durée d'une révolution)



$\vec{SP} = r \cdot \vec{u}$, \vec{u} vecteur unité.

II. Planètes et satellites à trajectoire circulaire

1. Description du mouvement

Les coordonnées cartésiennes ne sont pas les mieux adaptées pour décrire ce type de mouvement.

Il est plus commode de repérer la planète P par sa distance au Soleil $r=SP$, et par l'angle θ que fait SP avec un axe de référence.

$\frac{d\theta}{dt}$ est la **vitesse angulaire** (rad.s⁻¹)

Le vecteur vitesse \vec{v} est _____ à la trajectoire.

On a $v = r \frac{d\theta}{dt}$.

Le vecteur accélération peut être décomposé en une composante tangentielle \vec{a}_T et une composante normale (radiale) \vec{a}_N dirigée selon SP :

$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$

Le sens de \vec{a}_N est _____

On a (à retenir) : $a_N = \frac{v^2}{r}$ et $a_T = \frac{dv}{dt}$

Pour un mouvement **circulaire uniforme** $a_T =$ _____ donc \vec{a} est _____,

2. **Lois de Képler et 2^{ème} loi de Newton**

La 2^{ème} loi de Newton permet de retrouver les lois de Képler par le calcul. Il faut savoir le faire pour les trajectoires circulaires. On le fait ici pour une planète P en trajectoire circulaire de rayon r autour du Soleil S. On néglige les interactions avec tous les autres corps célestes.

La masse de la planète est m , celle du Soleil M .

Référentiel de l'étude : _____

Système étudié : _____

Inventaire des forces extérieures subies par le système, valeur et caractéristiques. _____

Détermination de \vec{a} _____

Préciser la direction et le sens de \vec{a} : _____

En déduire les valeurs de a_T et a_N . _____

A partir de la valeur déterminée pour a_T , et de son expression générale donnée au 1, que peut-on en déduire concernant v ? _____

Quelle loi de Képler vient-on de retrouver pour le cas particulier du mouvement circulaire ?

En rapprochant la valeur de a_N de son expression générale donnée au 1, établir la relation entre la vitesse, le rayon r , la constante de gravitation G et la masse du Soleil M .

Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme, la vitesse angulaire est constante et souvent désignée par ω : $\frac{d\theta}{dt} = \text{constante} = \omega$.

Quelle est la relation entre la vitesse angulaire ω et la période T du mouvement ?

Quelle est la relation entre la vitesse v et la période du mouvement ?

En déduire une relation entre T , r , G , M .

Quelle loi de Képler vient-on de retrouver pour le cas particulier du mouvement circulaire ?

Les exoplanètes sont des planètes gravitant autour d'étoiles autres que le Soleil.

$\frac{T^2}{a^3}$ a-t-il la même valeur pour ces planètes que pour celles du système solaire ?

Un satellite géostationnaire est immobile dans un référentiel terrestre. Quelle est sa période dans le référentiel géocentrique ? _____

En déduire son altitude (masse de la Terre $5,98 \cdot 10^{24}$ kg, $G=6,67 \cdot 10^{-11}$ N.kg⁻².m², 1 jour sidéral=86164s) et sa vitesse v .