Énergie mécanique

I. Energie et puissance

1. Energie

Unités : J
W.h

Caractère polymorphe

Caractère conservatif

Conséquences

- $\Delta E_{totale} = W_{transférée}$
- *cas d'un système isolé :* $E_{totale} = constante$

2. Puissance

- Définition
- Expression générale $P=\frac{dE}{dt}$, unités
- Cas d'une puissance constante $P=\frac{\Delta E}{\Delta t}$

Remarque : lien avec la définition du W.h

II. Energie mécanique

1. Energie cinétique

- vitesse instantanée $v(t) = \dfrac{ds}{dt}$

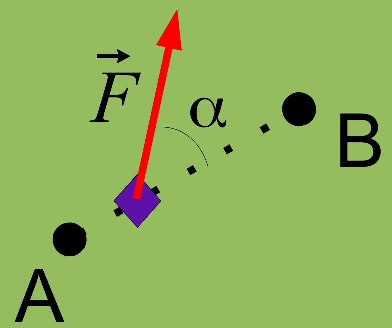
- vecteur vitesse

- énergie cinétique de translation

$$E = \frac{1}{2} m v^2$$

2. Travail et puissance d'une force

Travail d'une force constante sur un déplacement rectiligne



$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\vec{AB} = F\times AB\times\cos\alpha$$

Cas d'un

- travail moteur
- travail résistant
- travail nul

Expression générale d'un travail élémentaire

Forme différentielle : $\delta W = \vec{F} \cdot \vec{dl}$

Forme intégrale : $W_{a \to B}(\vec{F}) = \int_A^B \vec{F} \cdot \vec{dl}$

Puissance d'une force

$$P(F) = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

3. Théorème de l'énergie cinétique

$$E_{cB} - E_{cA} = \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$$

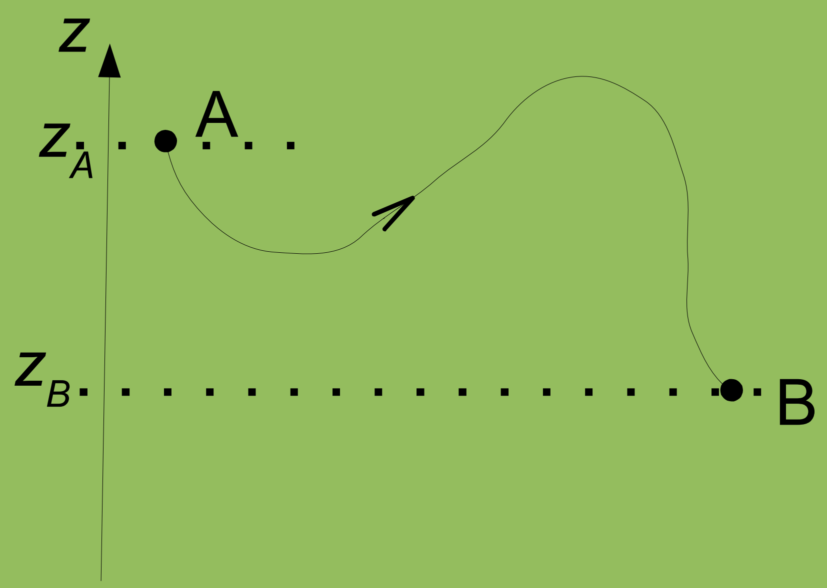
autre forme équivalente :

$$E_{cB} - E_{cA} = W_{A \rightarrow B}\left(\sum \vec{F}\right)$$

4.Travail du poids

$$W_{A \to B}(\vec{P}) = P \times (z_A - z_B) = m \times g \times (z_A - z_B)$$

valable quel que soit le chemin suivi pour aller du point de départ A au point d'arrivée B.



5. Forces conservatives, énergie potentielle

Force dont le travail ne dépend pas du chemin suivi = "force dérivant d'un potentiel" =>
on peut associer à l'interaction considérée une énergie potentielle telle que

$$E_P(B) - E_P(A) = -W_{A \to B}\left(\vec{F}_{conservative}\right)$$

Exemple :

Energie potentielle de pesanteur E_{P_P} d'un système de masse *m*

$$E_{P_P}(B)-E_{P_P}(A)=-W_{A\rightarrow B}(\vec{P})=P\times(z_B-z_A)=m\times g\times(z_B-z_A)$$

Energie potentielle de pesanteur du système quand son centre d'inertie se trouve en M

$$E_{P_P}(M)=m\times g\times z(M)$$

avec *z(M)* altitude au-dessus du niveau choisi comme origine des potentiels

Autres exemples :

- Force de rappel élastique dérivant de l'énergie potentielle élastique

$$E_{P_{elastique}} = \frac{1}{2} \times k \times x^2$$

- Force électrostatique dérivant de l'énergie potentielle électrostatique

$$E_{P_{electro}} = q \times V$$

6. Energie mécanique

$$E_{mécanique} = E_{cinétique} + \Sigma E_{potentielles}$$

Propriété :

$$\Delta E_{mécanique} = \Sigma W\left(forces\, non\, conservatives \right)$$

Corollaire :
système ne subissant que des forces conservatives => $E_{mécanique}$ = *constante*

III Equilibres et oscillateurs

1. Equilibres

- Etat d'équilibre : extrémum de l'énergie potentielle
- Equilibre stable : minimum de l'énergie potentielle
- Evolution spontanée d'un système : tend à minimiser l'énergie potentielle du système

2. Oscillateurs harmoniques

Oscillateur élastique :

$$E_m = E_{P_{élastique}} + E_C = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

Conservation énergie mécanique $\frac{dE_m}{dt} = 0$

d'où $kx + m\frac{dv}{dt} = 0 = kx + m\frac{d^2x}{dt^2}$

équation différentielle de l'oscillateur élastique